

MANUAL DE USUARIO HT- CONDUCTION

Rafael Díaz Herazo, Luis Obregón Quiñones, Guillermo Valencia Ochoa
Universidad del Atlántico
Barranquilla Colombia, Noviembre 2017

Contenido

1.INTRODUCCION.....	1
2. PASOS PARA EJECUCION DEL PROGRAMA	2
3. BASES PARA LA NAVEGACION DEL SOFTWARE	7
4. CASO DE ESTUDIO: TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA PARED	11
5. CASO DE ESTUDIO: MECANISMO COMBINADO DE TRANSFERENCIA DE CALOR.....	15
6. CASO DE ESTUDIO: GENERACIÓN DE CALOR EN UN SOLIDO.....	17
7. CASO DE ESTUDIO: CONDUCTIVIDAD TÉRMICA VARIABLE.....	20
8. TRANSFERENCIA DE CALOR GEOMETRÍAS MULTICAPAS	22

1. INTRODUCCION

HT Conduction, es un software desarrollado en ambiente Matlab que permite estudiar la transferencia de calor en estado estable en geometrías tales como paredes, cilindros, esferas, teniendo en cuentas las diferentes condiciones límites de fronteras a los cuales está sujeto el sistema. El software fue desarrollado con la intención de brindar a los estudiantes de ingeniería Química, Mecánica y afines una herramienta fácil de usar que les permitan estudiar este tipo de fenómenos de manera didáctica, rápida y confiable en sus resultados.

Para el desarrollo del software fue determinante la determinación de la variación de la temperatura en función de la posición en una geometría en particular, la cual está dada por la solución de la ecuación diferencial unidimensional del calor en estado estable con o sin generación de energía, conductividad térmica constante o variable según el caso. Las respuestas del software están dadas por medio de la obtención de soluciones simbólicas a la ecuación diferencial resultante mediante el toolbox “*dsolve*”, el cual permite obtener soluciones con un alto grado de exactitud, siempre y cuando se eviten las no linealidades en los valores de entradas. Por otra parte, se debe tener presente que

la herramienta no siempre encontrará soluciones de manera explícita, lo cual no significa que no exista una solución, sin embargo en esas situaciones se recomienda emplear métodos numéricos las cuales dan una buena aproximación. Además, las soluciones obtenidas han sido programadas de manera tal que se eviten las simplificaciones algebraicas, esto con la finalidad de evitar posible errores en las simplificaciones por parte del solucionador.

El software consta de dos módulos, el primero de ellos denominado HT-Conduction el cual permite obtener soluciones de manera simbólica mediante la solución de la ecuación diferencial unidimensional característica, con sus respectivas condiciones de frontera y simplificaciones. Adicional a esto, se puede evaluar la temperatura en un punto específico y determinar la transferencia de calor asociada a dicho proceso. El segundo módulo, permite estudiar la transferencia de calor para sistemas en paralelo, denominada geometrías multicapas. En este módulo se estudia la transferencia de calor total asociada a dicho proceso y los efectos que ejerce la conductividad, coeficientes de transferencia de calor sobre al calor total.

Finalmente, la herramienta cuenta con un set de casos de estudios previamente seleccionados y resueltos con el objetivo de que el estudiante los realice mediante la herramienta y logre un empoderamiento. Los casos de estudios se seleccionaron tratando de abarcar el mayor número posibles de situaciones prácticas en los que se pueda enfrentar el ingeniero de hoy con el objeto de analizar las diferentes situaciones en las que se encuentre.

2. PASOS PARA EJECUCION DEL PROGRAMA

Para usuarios con Matlab instalado en su Pc, se debe verificar si en el computador está instalado el RunTime 8.3 (R2014a), escribiendo mcrinstaller en el Command Windows. Esto le permite mostrar la versión vigente que tengan instalado. Si el Runtime no está instalado (o no tiene la versión 8.3 R2014a), o no tiene Matlab instalado en su Pc, diríjase hacia la siguiente página oficial para descargarlo:

<https://es.mathworks.com/products/compiler/mcr.html>

Ubicado en la página, aparecerá un cuadro con las versiones disponibles de Matlab para la descarga del Runtime. Seleccione la versión R2014a (8.3), el sistema operativo al cual corresponda y los Bits de su Pc. Observe la Figura 1.

Versión	Windows	Linux	Mac
R2017b (9.3)	64 Bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2017a (9.2)	64 Bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2016b (9.1)	64 Bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2016a (9.0.1)	64 Bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2015b (9.0)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2015aSP1 (8.5.1)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2015a (8.5)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2014b (8.4)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2014a (8.3)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2013b (8.2)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2013a (8.1)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2012b (8.0)	32 bits o 64 bits	64 Bits	64 bits de Intel
R2012a (7.17)	32 bits o 64 bits	32 Bits o 64 Bits	64 bits de Intel
R2011b y antes	Abrir MATLAB y ejecutar el comando mcrinstaller para localizar el Runtime MATLAB para redistribución con sus componentes compilados.		

Figura 1. Descripción de Runtime para la descarga.

Espere mientras se inicia la descarga. Una vez finalizado el proceso, busque el archivo descargado y ábralo para extraer todos los archivos necesarios para iniciar la instalación. Observe la Figura 2

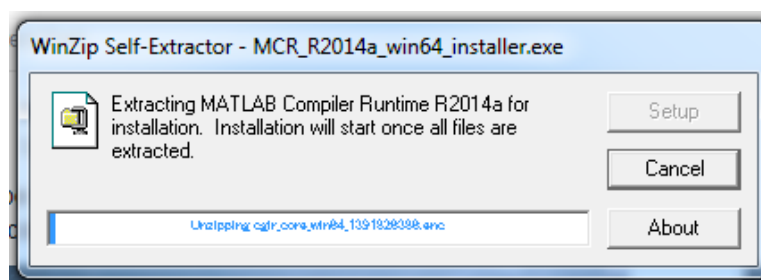


Figura 2. Extracción archivo Matlab Compiler Runtime.

Una vez completada la extracción se iniciara automáticamente el proceso de instalación (Ver Figura 3). Luego De clic en “Next”

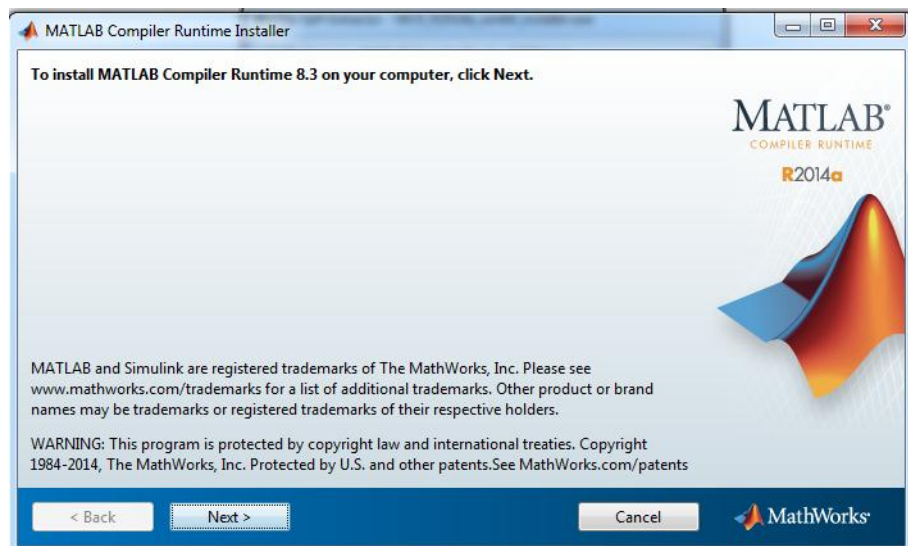


Figura 3. Pasos para la instalación MCR.

Luego acepte los términos y condiciones y continúe con los pasos que le muestre el asistente. Espere unos minutos mientras se instala el MCR en su computador como se observa en la Figura 4. Al terminar la instalación de clic en finalizar. Se recomienda reiniciar el equipo para ajustar cambios

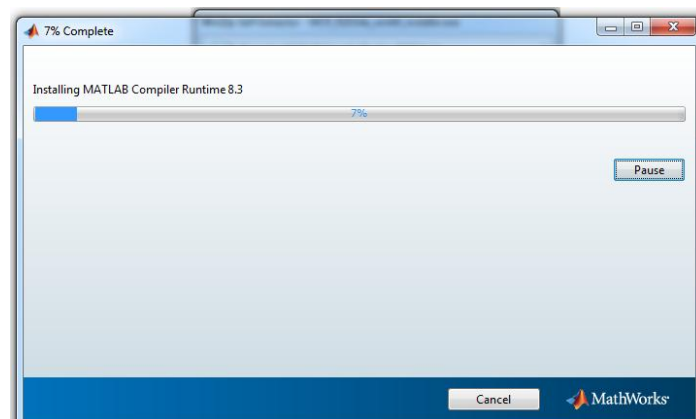


Figura 4. Proceso de instalación MCR.

Abra la carpeta “Software HT-Conduction”, y en la carpeta “For-redistribution”, encontrará un ejecutable con el nombre de “MyAppInstaller_web.exe”, de clic derecho y ejecútelo como administrador. Observe la Figura 5

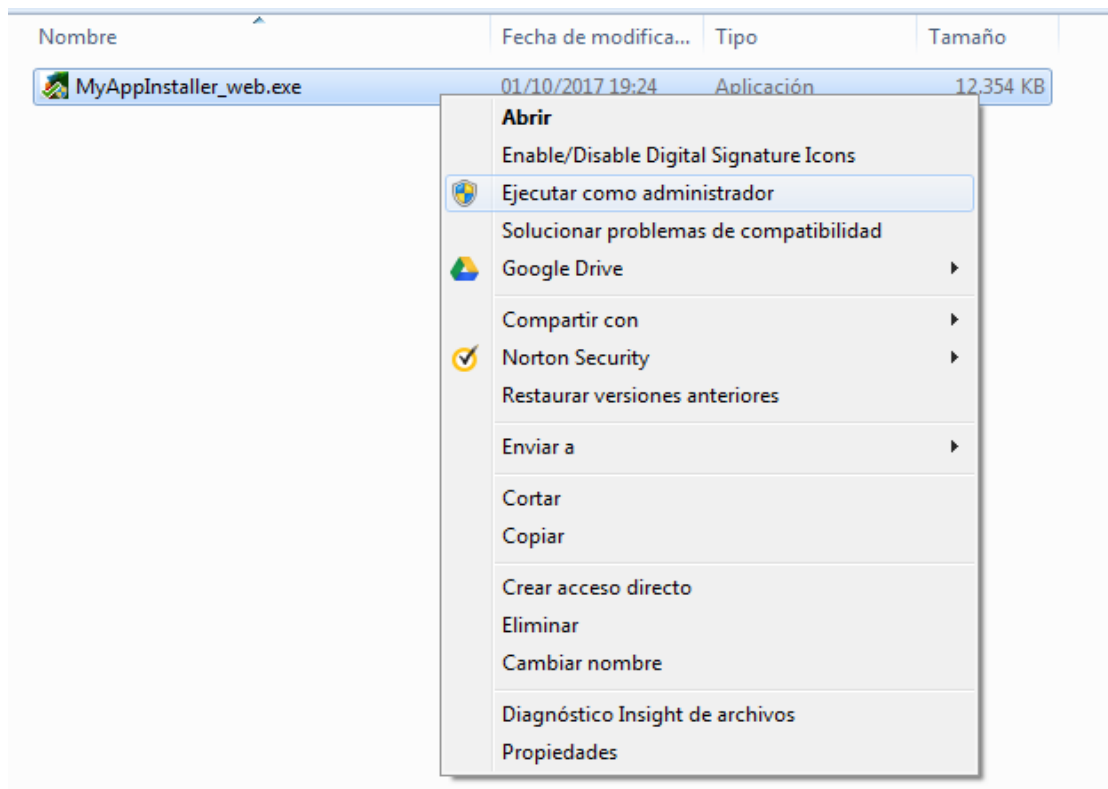


Figura 5. Pasos para ejecutar el Instalador.

El control de cuentas de usuario le preguntará si desea que la aplicación realice cambios en su equipo. Seleccione la casilla “Sí”. Luego aparecerá una ventana como se observa en la Figura 6. Espere unos minutos mientras se prepara el asistente para el proceso de instalación.



Figura 6. Instalación de la aplicación.

Una vez finalizado el proceso, se despliega una ventana como se observa en la Figura 7. De clic en “Next”. Espere unos minutos mientras el asistente realiza configuraciones.

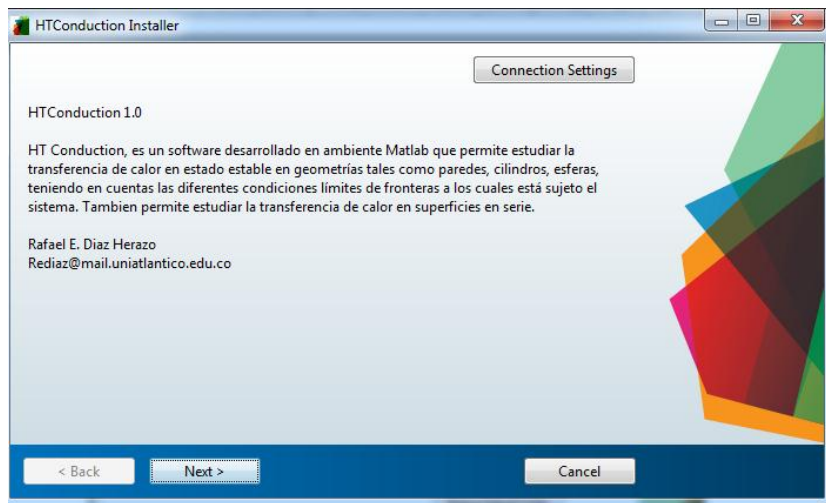


Figura 7. Ajustes para conexiones.

Luego aparecerá una ventana como se observa en la Figura 8. Por defecto el asistente crea un folder de instalación. Si el usuario desea puede dar clic en “Browse” y especificar uno diferente. Marque la Casilla “Add Shortcut to the desktop”, para crear acceso directo en el escritorio. Luego de clic en “Next”

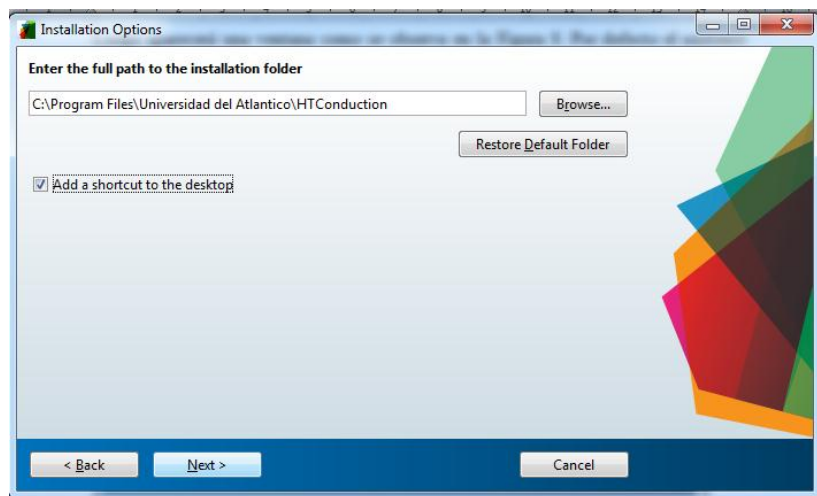


Figura 8. Opciones de Instalación.

Luego el asistente le indicara que Matlab Runtime es requerido el cual ya está instalado en el equipo especificando la ruta. De clic en “Next”, y aparecerá una ventana como se observa en la Figura 9. Obsérvese que el asistente le indica que Matlab Compiler Runtime R2014a ya está instalado en el Pc y muestra la ruta donde está el archivo ubicado en su computador. De clic en “Install” y espere unos minutos mientras finaliza con éxito la instalación. Una vez completado cierre la ventana.

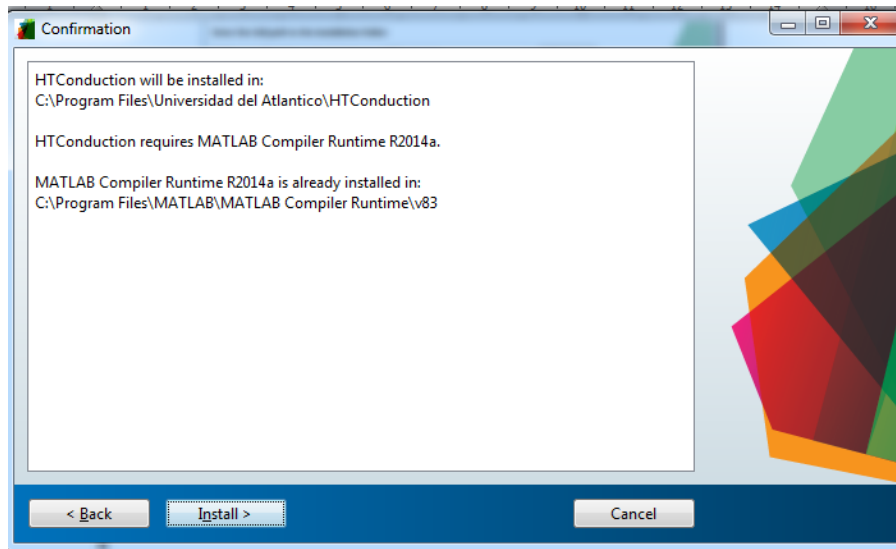


Figura 9. Confirmación de la instalación.

Finalmente el Software habrá sido instalado con éxito. Puede dirigirse al escritorio del su computador y abrir la herramienta (ver Figura 10).



Figura 10. Shortcut del software en el escritorio.

3. BASES PARA LA NAVEGACION DEL SOFTWARE

Una vez instalado el Software ábralo, se desplegará una ventana como se observa en la Figura 11



Figura 11. Ventana de Inicio del software HT-Conduction

La Figura 11, muestra la ventana de inicio del software que consta de 3 botones. El primero es “About the Author”, el cual contiene información sobre los autores del software. El segundo “User Guide”, contiene el manual de usuario con toda información sobre el manejo y aplicación de Software. El ultimo “Continue”, se utiliza para para seguir a la siguiente pestaña. Para iniciar, haga clic sobre el botón “Continue”, el cual desplegará la ventana “HT Conduction”. Observe Figura 12

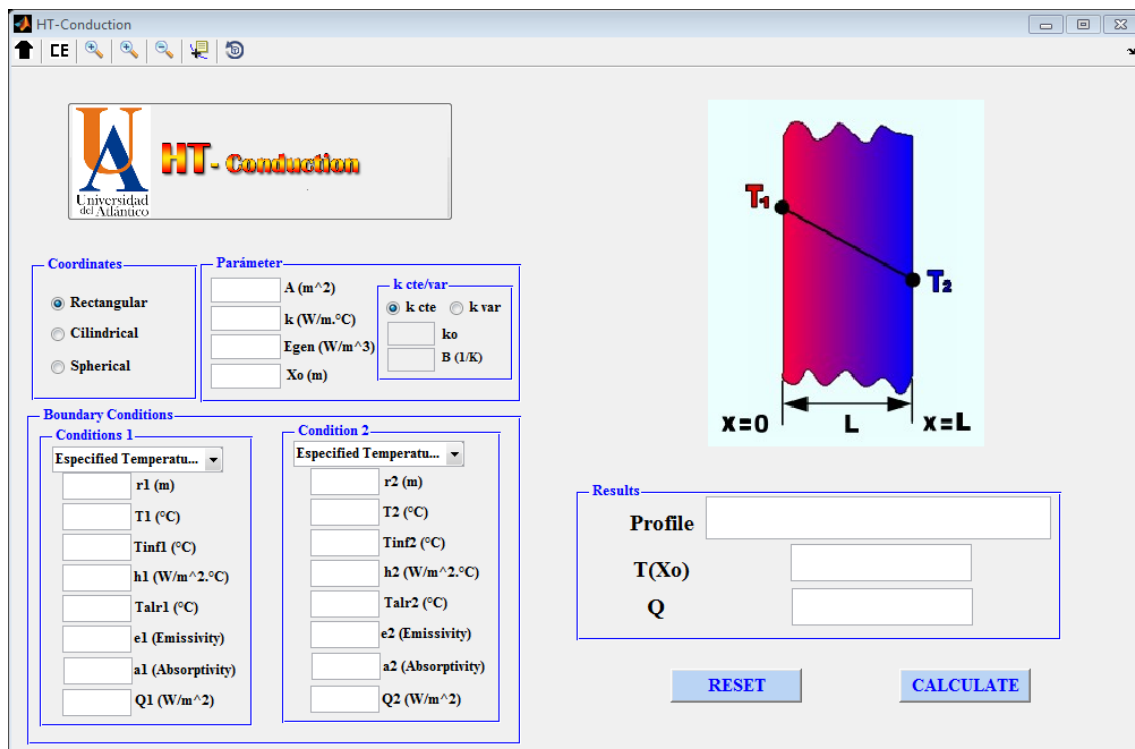


Figura 12. Ventana principal de HT-Conduction

En la ventana “HT-Conduction”, mostrada en la Figura 12, consta de una barra de herramienta con iconos que tienen ciertas funcionalidades. El primer icono (símbolo de casa), permite retornar hacia la ventana principal del software (Figura 11), el siguiente icono que contiene las letras “CE” permite ir hacia la segunda ventana de estudio del software el cual permite analizar la transferencia de calor para geometrías multicapas en paralelo. Los siguientes iconos, permiten aumentar o disminuir el zoom, conocer los valores “x”, “y” en un punto del gráfico y por ultimo rotar la gráfica. El usuario si desea puede acerca el puntero del mouse y ver la anotación que aparece en pantalla y probar las funcionalidades de estos iconos. La ventana esta subdividida con el objeto de facilitar la navegabilidad a través de la herramienta. El primer grupo denominado “Coordinates”, el usuario encontrará las diferentes geometrías que por defecto el software trae programada y podrá seleccionar la que desea estudiar. El segundo grupo denominado “Parameter”, se encuentran habilitadas las casillas para introducir diferentes valores de entradas como área de la geometrías “A”, la conductividad térmica del material “k”, energía generada “Egen”, y por ultimo “Xo”, el cual se introduce el punto en donde se desea calcular la temperatura. Se debe tener presente que por la manera en la cual se ha diseñado el software, cuando algunas de las variables no se especifica, es decir, queda la casilla vacía el software asume un valor defecto de cero. Por tal motivo es importante dar los valores correspondientes a cada entrada según el caso. En el mismo grupo “Propierties”, se encuentra un subgrupo que permite especificarle al software si se trabaja con conductividad térmica constante o variable. Por defecto viene marcada la casilla “k cte”. Si el usuario marca la casilla “k var”, deberá introducir los valores de “ko” y “B” necesarios para el cálculo de la conductividad variable.

El siguiente grupo denominado “Boundary Conditions” mostrado en la Figura 13 esta subdivido en dos grupos llamados “Condition 1” y “Condition 2”. En ambos grupos las condiciones son exactamente igual. La finalidad con que se diseñó de esta manera es con el objetivo de brindarle al usuario la posibilidad de poder combinar cualquier condición limite en ambos extremos de la geometría o en el mismo extremo de manera tal que se cuenta con una herramienta cuya limitación está dada por sus propias condiciones de frontera que obligue a no encontrar una solución explicita para dichas condiciones o que no se cumplan los criterios de linealidad. Según la condición seleccionada las casillas para introducir los demás valores de entrada se activaran o desactivaran según sea el caso.

Boundary Conditions	
Conditions 1	Condition 2
Specified Temperature...	Specified Temperature...
r1 (m)	r2 (m)
T1 (°C)	T2 (°C)
Tinf1 (°C)	Tinf2 (°C)
h1 (W/m ² ·°C)	h2 (W/m ² ·°C)
Talr1 (°C)	Talr2 (°C)
e1 (Emissivity)	e2 (Emissivity)
a1 (Absorptivity)	a2 (Absorptivity)
Q1 (W/m ²)	Q2 (W/m ²)

Figura 13. Cuadro de condiciones de frontera

Adicional a esto, el software consta de un grupo denominado “Result”, en los cuales se muestran los resultados obtenidos. En la casilla “Profile”, el software muestra la solución que ha obtenido, la cuales está en función de t , es decir $T(t)$, donde “ t ” representa la variable posición, La casilla $T(X_0)$, muestra la temperatura evaluada en un punto específico de la geometría y por último la casilla “Q” muestra la cantidad de calor la cual está dada por el producto de la conductividad, área y derivada de la temperatura en función de la posición. Observe la Figura 14

Results	
Profile	
T(Xo)	
Q	

Figura 14. Cuadro variable de salida del software

Finalmente el software cuenta con un botón que permiten realizar los respectivos cálculos llamado “Calculate”, otro “Reset”, que permite borrar todo lo obtenido en los resultados. También contiene un área donde se despliegan los diferentes perfiles y un cuadro donde se muestra el logo de la Universidad representante y nombre asignado a la herramienta.

Para entender el manejo del software se explicarán diferentes casos de estudios con el fin de abordar las diferentes situaciones que se puedan encontrar en la realización de estos problemas, los cuales son mostrados a continuación.

4. CASO DE ESTUDIO: TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA PARED

1. Considere una pared plana grande de espesor $L=0.2$ m, conductividad térmica $K=1.2$ W/m °C y área superficial $A=15$ m². Los dos lados de la pared se mantiene a temperatura constantes $T_1= 120^{\circ}\text{C}$ y $T_2= 50^{\circ}\text{C}$ respectivamente.
 - a. Exprese las condiciones límites de frontera y obtenga una expresión para la variación de la temperatura. Grafique usando Excel Matlab u otro programa.
 - b. Halle la razón de transferencia de calor por conducción a través de la pared.
 - c. Suponga ahora que el lado izquierdo de la pared en $x=0$ está sujeto a un flujo de calor de $q=700$ W/ m² al mismo tiempo que la temperatura en esa superficie es $T_1= 80^{\circ}\text{C}$ y que se desconoce T_2 . Considerando conductividad térmica constante $k= 2.5$ W/m °C, $A=12$ m², sin generación de calor, obtenga mediante la herramienta una expresión para la variación de la temperatura y evalúe la temperatura de placa en $x=L$, halle la razón de transferencia de calor a través de la pared.

El primer paso a tener en cuenta antes de resolver cualquier problema es analizar la situación que se está planteando, se recomienda realizar un bosquejo en donde simplifique la geometría y las condiciones límites de frontera que da el ejercicio así como la asunciones. Una vez generado el diagrama, se debe ver la información relacionada a las variables implicadas en la solución. Para el caso planteado, obsérvese que lo primero que sabemos a simple inspección es que nos encontramos en coordenadas cartesianas, es decir, una pared. Por lo tanto dentro de grupo “Cordinate”, seleccione la coordenada rectangular. Dentro del subgrupo “Parameter”, se encuentra habilitada la casilla de área. En algunos caso, es común encontrarse con situaciones en las cuales no se de el área de manera específica o no se tenga la suficiente información para calcularlo. Bajo estas circunstancia se recomienda usar un valor de 1. En el caso de estudio el valor dado es de 15 m². En la casilla “k”, introduzca el valor de la conductividad térmica del material. En la casilla “Egen” se introduce el valor de la energía generada en el sólido el cual tiene un valor de cero dado que no se genera calor. Por último se debe especificar en qué punto de la geometría se desea calcular la temperatura, introduzca cero como ejemplo. Observe la Figura 15

Coordinates	Parameter
☒ Rectangular	15 A (m^2)
☐ Cilindrical	1.2 k ($W/m.^{\circ}C$)
☐ Spherical	0 Egen (W/m^3)
	0 Xo (m)

k cte/var
☒ k cte ☐ k var
ko
B (1/K)

Figura 15. Digitación de coordenadas y parámetros de entrada del sistema.

Lo segundo por realizar, es especificar las condiciones límites del sistema. En el caso de estudio, se observa que se especifican ambas temperatura en los extremos de la geometría, por lo tanto, en el grupo “Boundary Condition”, seleccione la opción “Specified Temperature” dentro de los subgrupos “Conditions 1” y “Conditions 2” y digite la temperatura de los extremos de la geometría. Nota: Las casillas se deshabilitan o habilitarán según la condición escogida, aquellas que estén vacía el software asume un valor de cero. Observe la Figura 16

Boundary Conditions	
Conditions 1	
Specified Temperatu...	
0	r1 (m)
120	T1 ($^{\circ}C$)
	Tinf1 ($^{\circ}C$)
	h1 ($W/m^2.^{\circ}C$)
	Talr1 ($^{\circ}C$)
	e1 (Emissivity)
	a1 (Absorptivity)
	Q1 (W/m^2)
Condition 2	
Specified Temperatu...	
0.2	r2 (m)
50	T2 ($^{\circ}C$)
	Tinf2 ($^{\circ}C$)
	h2 ($W/m^2.^{\circ}C$)
	Talr2 ($^{\circ}C$)
	e2 (Emissivity)
	a2 (Absorptivity)
	Q2 (W/m^2)

Figura 16. Especificación de las condiciones límite de frontera del sistema.

Finalmente, de clic sobre el botón “Calculate”, para que el software realice los distintos cálculos. Espere unos segundos mientras se muestran los resultados. Observe la Figura 17

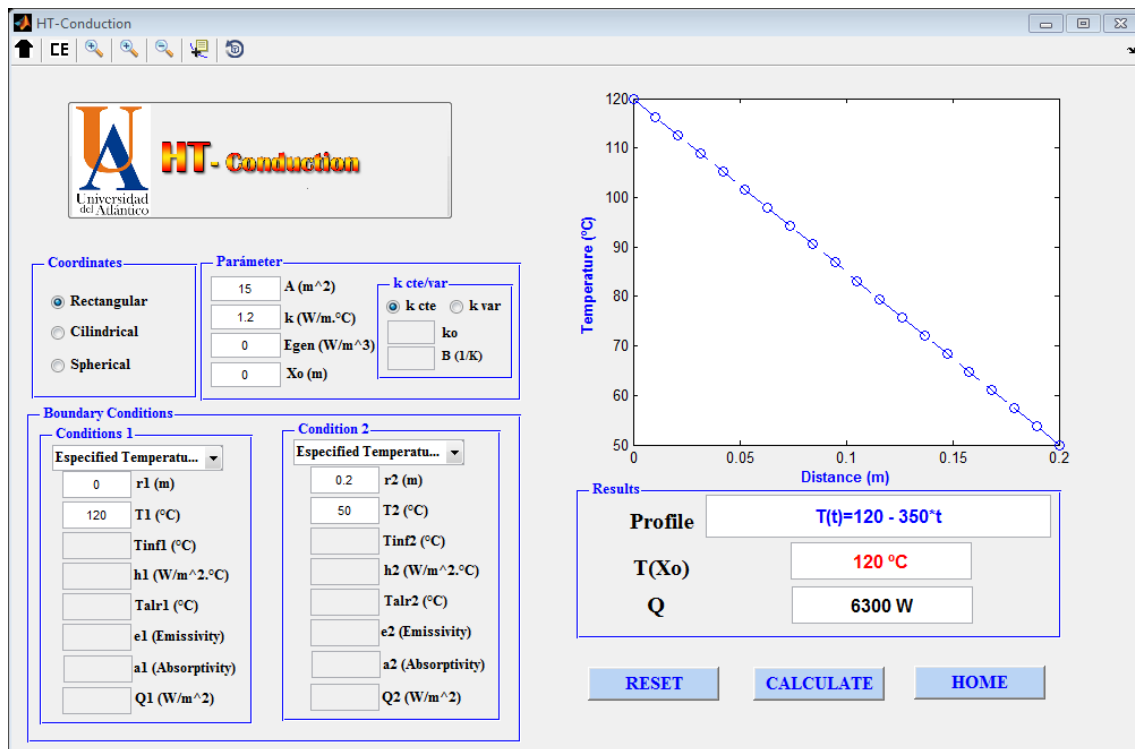


Figura 17. Resultados obtenido por el software.

La Figura 17 muestra los resultados obtenidos por el software. En el grupo “Result”, dentro de la casilla “Profile”, se muestra la solución de la ecuación de calor estable unidimensional sin generación de calor con conductividad constante, la cual está dada por una ecuación lineal de primer orden. En la casilla “ $T(X_0)$ ”, se halla la temperatura evaluada en el punto “ X_0 ” especificado dentro de la casilla “Parameter” y finalmente se encuentra la casilla “ Q ”, la cual muestra la razón de transferencia calor. El usuario si desea puede tomar la solución y generar la gráfica de temperatura en función de la posición y ver el perfil y ajustarlo a su gusto usando otra herramienta. Ahora, se procede con el punto “c”, el cual indica que ambas condiciones están especificadas en el mismo punto, es decir en $x=0$. En estos casos, se debe indicar la posición a la cual corresponde las condiciones. Se especifica que en $x=0$ hay un flujo de calor y que en ese mismo punto la temperatura de la superficie es de 80°C . Como se especifica en las casillas “ $r1$ ” y “ $r2$ ” el mismo valor de cero, el software pedirá un rango en la cual pueda generar el perfil de temperatura que para este caso es el espesor de la pared (ver Figura 18) Especificando las condiciones de frontera en la casilla “Boundary Conditions”, se obtiene. Ver Figura 19

Input fo...

From (m):
0

To (m):
0.2

OK Cancel

Figura 18. Cuadro de dialogo para especificar el rango para graficar

En la Figura 19 se muestran los resultados obtenidos por el software. Nótese que ambas condiciones están especificada en el mismo punto y que en lado izquierdo de la gráfica en $x=0$ la temperatura es de 80°C tal como se especifica en la condición de frontera. También se observa que la temperatura en $T(L)$ es de 24°C la cual es la temperatura del extremo derecho de la placa. El usuario si desea puede tomar la expresión de la variación de temperatura obtenida en el inciso “a”, con la obtenida en el inciso “c” y graficar ambos perfiles y analizar qué efectos tiene el flujo de calor sobre la temperatura de la placa en $x=L$. Así mismo, puede variar la conductividad térmica y ver el efecto sobre dicha temperatura.

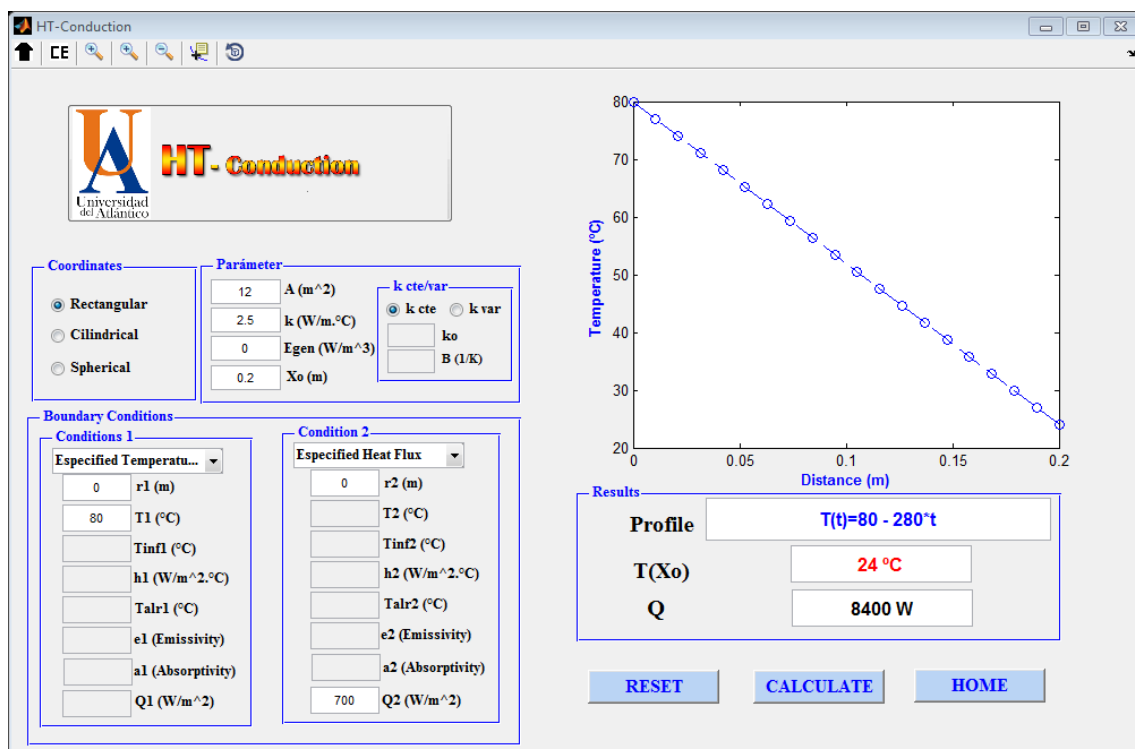


Figura 19. Ventana de Resultados

5. CASO DE ESTUDIO: MECANISMO COMBINADO DE TRANSFERENCIA DE CALOR

En algunas ocasiones se suelen presentar situaciones en la que una geometría en un punto pueda estar sometida a diferentes mecanismos de transferencia de calor. En el siguiente caso de estudio, se muestra una pared en la que hay convección y radiación con flujo de calor incidente sobre la superficie.

2. Considere una pared plana grande de espesor $L=0.06$ m y conductividad térmica $K=1.2$ W/m °C, área $A=1\text{m}^2$. La pared está cubierta con locetas de porcelana blanca que tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.85$ y una absorptividad solar $\alpha = 0.26$. La superficie interior de la pared se mantiene a $T_1=300\text{K}$ en todo momento, en tanto que la exterior está expuesta a radiación solar que incide a razón de $q=800$ W/m². La superficie exterior también está perdiendo calor por radiación hacia el espacio profundo que está a 0 K.
 - a. Plante las condiciones y obtenga una relación de la distribución de temperatura y evalúe la temperatura exterior de la pared, y obtenga la razón de transferencia de calor por conducción a través de la pared. resuelva a mano.
 - b. Realice el caso anterior mediante el software. Asuma $T_2=291.2$ K (19.55 °C). Analice los resultados obtenidos en ambos casos. ¿Por qué considera usted que se deba especificar T_2 para obtener una solución mediante la herramienta?

El primer paso a realizar como se indicó en el caso de estudio anterior es realizar un diagrama esquemático donde se especifique los mecanismos de transferencia de calor, las condiciones límites de frontera para la solución. Luego, ver que variables se especifican y cuáles se necesitan calcular para alimentar las entradas al software. En este caso de estudio, se tiene un mecanismo combinado de transferencia de calor, es decir, radiación y convección. El software por defecto, incluye el flujo de calor incidente dentro de la condición de radiación y, además, esta condición involucra la cuarta potencia de la temperatura y, por lo tanto, es una condición no *lineal*. Como resultado, la aplicación de esta condición de frontera conduce a potencias de los coeficientes desconocidos, lo que hace que sea difícil determinarlos. Por lo tanto, en algunas situaciones prácticas, resulta tentador ignorar el intercambio de calor en una superficie durante un análisis de transferencia de calor con el fin de evitar complicaciones asociadas a las no linealidades. En los casos en los cuales se lleva un paso a paso en la resolución de la ecuación diferencial bajo esta no linealidad, conlleva a situaciones en las cuales se deberá realizar iteraciones para conocer la temperatura $T(L)$ y así eliminar la no linealidad del sistema. El software por defecto se programó de manera que solucione de manera simbólica la ecuación diferencial que resulte de las condiciones de frontera junto con las simplificaciones que plantee el problema. Si no se especifica $T(L)$, el

software no podrá obtener una expresión explícita porque dicha ecuación no es lineal y por lo tanto no puede obtener una ecuación en forma cerrada para la distribución de temperatura.

Ahora, se procede a introducir los valores de entrada. En el grupo “coordinate”, escoja “Rectangular”, y, en el grupo “Parameter”, introduzca las demás propiedades. Observe la Figura 20

Figura 20. Cuadro de dialogo variables de entrada.

Luego, ubíquese en el grupo “Boundary Conditions”, y en la primera condición escoja la opción “Especified Temperature”, y digite los valores correspondiente. Para la segunda condición de frontera seleccione la opción “Combined Convection and Radiation Condition”. Los valores correspondiente a temperatura deben ser introducido en °C ya que el software internamente realiza la conversión a grados kelvin cuando se trabaja con condición de radiación. Luego de clic en “Calcular” para obtener los resultados. Observe Figura 21

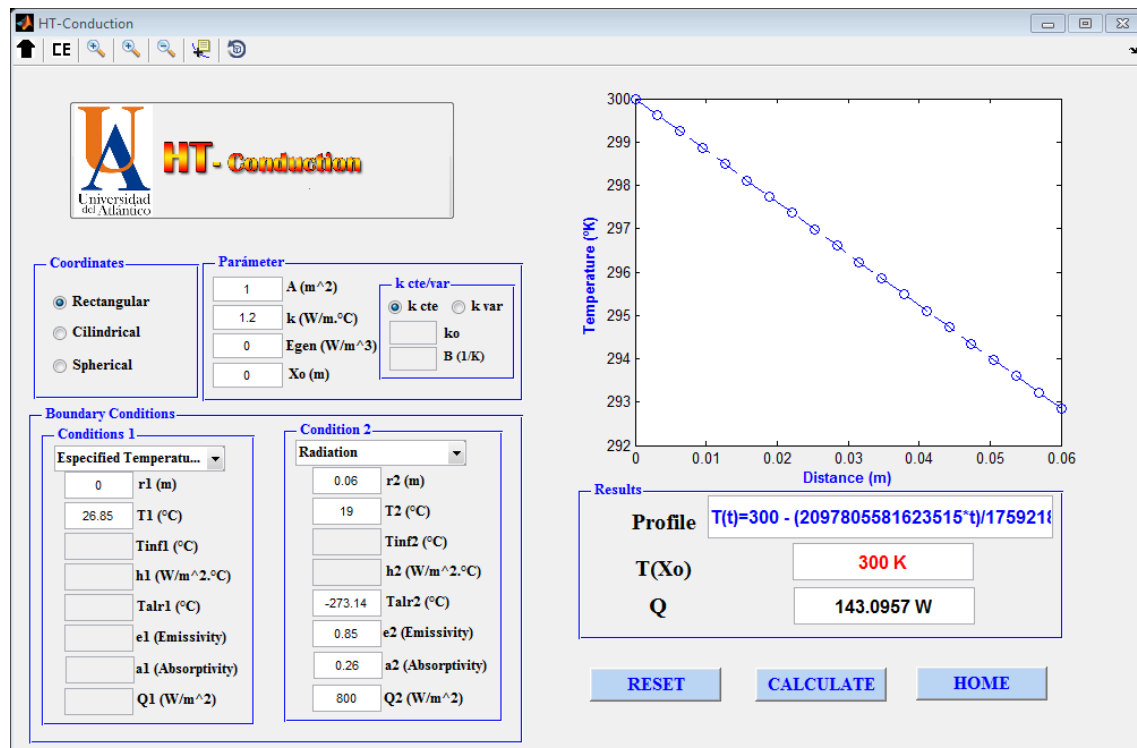


Figura 21. Resultados obtenidos por el software.

De la Figura 21, se observa los diferentes valores introducidos para ambas condiciones de frontera. En ambos casos las temperaturas especificadas están en grados Celsius. La grafica muestra la variación desde la parte interna de la placa el cual tiene una temperatura de 300 K como se especifica en el enunciado y una temperatura en T(L) de 292 K. Observe que a pesar de haber introducidos la temperatura en °C las respuesta se obtienen en grados kelvin, también se observa el perfil de temperatura para dicho caso y la razón de transferencia de calor asociado a dicho proceso de 143 W.

6. CASO DE ESTUDIO: GENERACIÓN DE CALOR EN UN SOLIDO

En muchas aplicaciones prácticas de transferencia de calor comprenden la conversión de alguna forma de energía en energía térmica en el medio. Se dice que los medio de este tipo comprenden generación interna de calor, la cual se manifiesta como elevación en la temperatura en todo el medio. Algunos ejemplos prácticos son el calentamiento por resistencia en alambres, las reacciones químicas exotérmicas en sólidos y reacciones nucleares en las barras de combustible nuclear en donde la energía eléctrica, química y nuclear se convierten en calor. A continuación se presenta un caso de generación de calor en un sólido y la solución mediante la herramienta.

3. Considere una placa grande de acero inoxidable de 3 cm de espesor con $k = 15.1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ en el cual se genera calor a razón de $5 \times 10^5 \text{ W/m}^3$. Ambos lados de la placa están expuestos a un medio a 30°C con un coeficiente de transferencia de calor de $60 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$.
 - a. Plantee la ecuación diferencial así como sus condiciones de frontera y obtenga una relación para la variación de temperatura a través de la placa
 - b. Explique en qué sitios de la placa se localizaran las temperatura más alta y más baja y determine sus valores.
 - c. Considere que en el extremo $x=0$, la superficie se encuentra aislado. Halle el perfil y compárelo con el obtenido en el inciso a. Grafique usando Matlab o Excel u otro programa.
 - d. Investigue el efecto del coeficiente de transferencia de calor sobre las temperaturas más altas, esto es, en centro de la geometría. Suponga que el coeficiente varia de 60 a $150 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$. Use Matlab o Excel para trazar la gráfica de la temperatura más alta en función del coeficiente de transferencia de calor y discuta los resultados, asuma que la superficie está sujeta a convección en ambos lados.

Son varias los puntos que debemos de tener claro antes de proceder a resolver el ejercicio mediante la herramienta. El primero de ellos, es que se tiene un sólido el cual está generando calor a razón de $5 \times 10^5 \text{ W/m}^3$, y que, ambos lados están expuestos a la

misma condición límite de frontera, es decir, convección. No se especifica el área así que usaremos un valor de 1. Con base a lo anterior, seleccione la coordenada correspondiente “Rectangular”, y luego, digite los valores del área, conductividad, y la razón de generación de energía. Observe Figura 22

Coordinates

- ☒ Rectangular
- ☐ Cilindrical
- ☐ Spherical

Parámetro

1 A (m^2)

15.1 k ($W/m \cdot ^\circ C$)

5e5 Egen (W/m^3)

0 Xo (m)

k cte/var

☒ k cte ☐ k var

ko

B ($1/K$)

Figura 22. Digitación valores de entrada del sistema

Luego, ubíquese en el panel “Boundary Conditions” y seleccione la condición límite de frontera “Convection” para ambos extremos. Luego digite los respectivos valores y de clic en “Calculate” para obtener los resultados. Observe la Figura 23

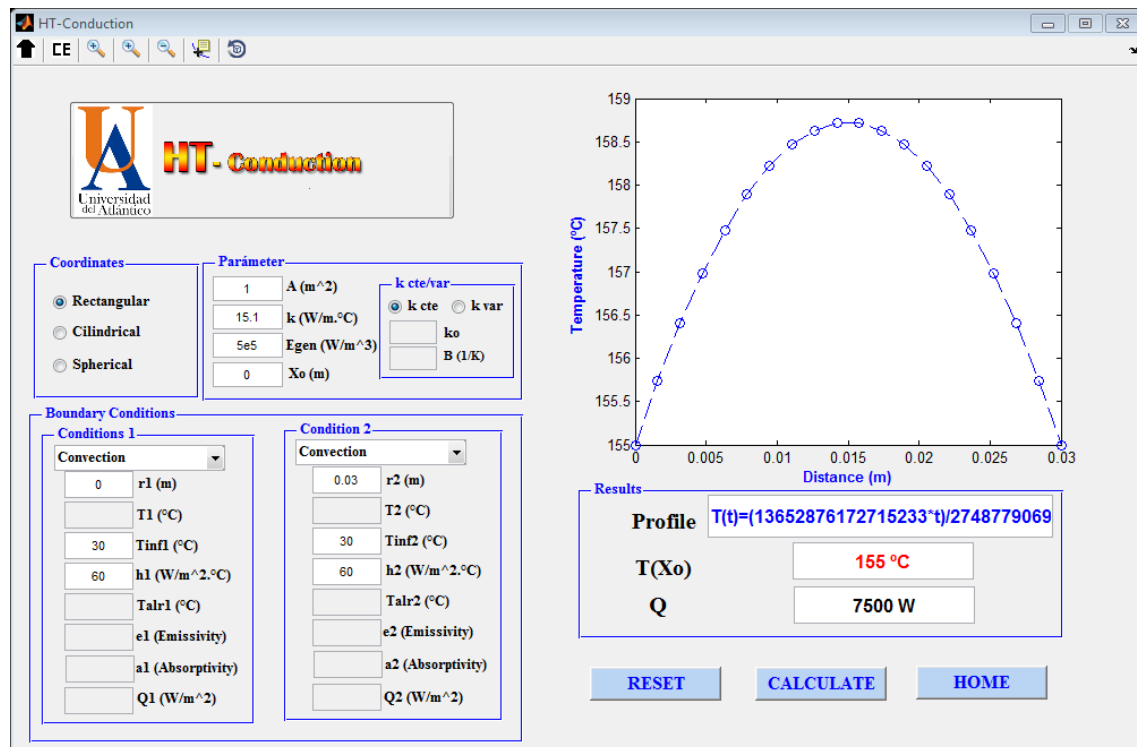


Figura 23. Perfil obtenido para una placa con generación de calor sujeto a convección en ambos extremos

La Figura 23 muestra el perfil obtenido para una placa con generación de calor. Obsérvese que a diferencia de los casos de estudio anteriores los perfiles obtenidos eran lineales. Ahora que se tiene en cuenta la generación el perfil obtenido es parabólico, y esto guarda relación, ya que en sólidos en los cuales comprendan generación uniforme de calor la temperatura máxima se tiene en el lugar lo más alejado de la superficie exterior es decir, lo más alejado posible de los extremos de la placa. Por lo tanto la temperatura máxima ocurre en el plano medio para el caso de una pared, en la línea

central para un cilindro y finalmente en el punto medio para una esfera. En tales casos la distribución de temperatura dentro del sólido será simétrica con respecto al eje de simetría. Por lo tanto para evaluar las temperaturas más baja, basta con especificar en la casilla “T(X0)”, cualquiera de los dos extremos de la geometría ya que ambas temperaturas serán iguales. La temperatura máxima, se da en el centro de la geometría es decir en $x=0.03/2$. Introduzca los valores y obtenga dichas temperatura, la cual debe coincidir con el perfil obtenido en el gráfico.

Para evaluar el punto “c”, cambie la condición límite y seleccione “Insulated Boundary”, en el grupo “Conditions 1” y genere el respectivo grafico junto con la solución obtenida. Observe la Figura 24

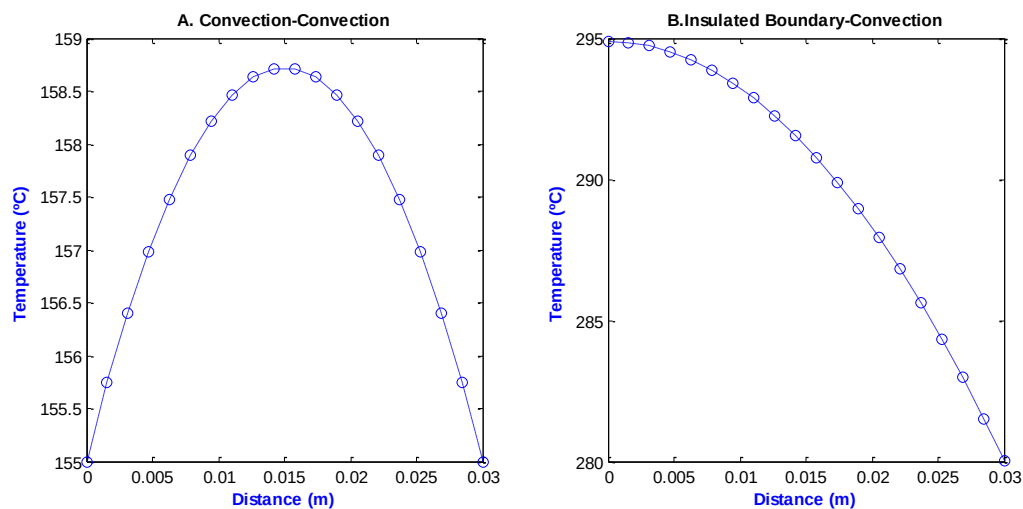


Figura 24. Perfil obtenido para una placa con generación de calor. A) Con convección ambos lados. B) frontera aislada y convección.

Para conocer el efecto que tiene el coeficiente convectivo sobre el perfil de temperatura, en el rango de 50 a 150 $\text{W/m}^2\text{°C}$ se asumirá un tamaño de paso de 10. En cada uno se introducirá el respectivo valor y se calculará el perfil evaluado en $x=0.03/2$. Luego, estos valores se graficarán en función del coeficiente convectivo. Observe la Figura 25

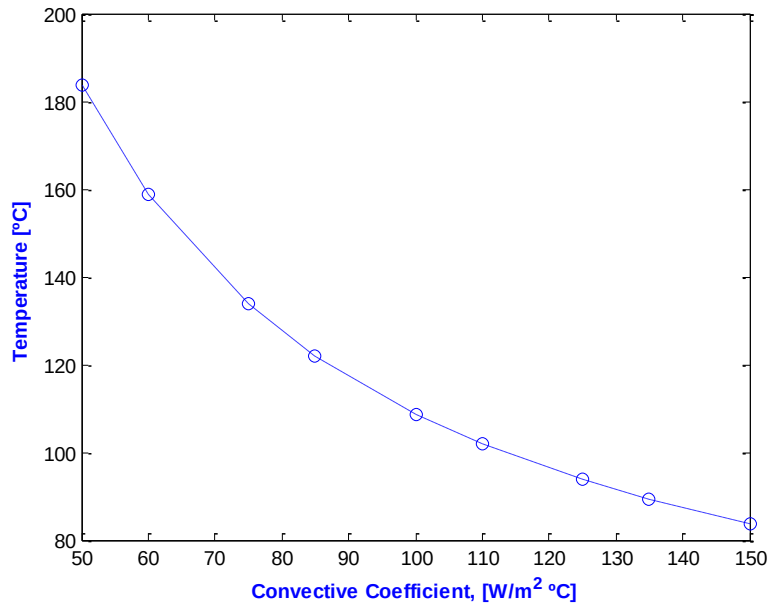


Figura 25. Variación de la temperatura un placa en $x=L/2$ en función del coeficiente convectivo

7. CASO DE ESTUDIO: CONDUCTIVIDAD TÉRMICA VARIABLE.

En los casos de estudios previamente estudiados se consideraron cuerpos cuya conductividad térmica era constante, es decir, no varía con la temperatura. Sin embargo esta variación es moderada para muchos materiales en un rango práctico y se puede descartar. Cuando la variación de la conductividad térmica en un intervalo de temperatura es grande se hace necesario tomar en cuenta esta variación para minimizar el error. En general, al tomar en cuenta dicha variación se complica el análisis. Por tal motivo, la aplicación de conductividad térmica variable es aplicable a la herramienta siempre y cuando se conozcan ambas temperaturas, es decir, se trabajen con casos en los cuales la condición en los extremos sea temperatura específica. De lo contrario, se tendrían que realizar iteraciones y aproximaciones lo que limitaría a la herramienta por la manera como ha sido diseñada. A continuación, se presenta un caso de estudio para mostrar el uso de la opción.

4. Considere una placa esférica de radio interior $r_1=0.1$, y radio exterior $r_2=0.2$, cuyas temperatura térmica varía linealmente con la temperatura en un rango específico de temperaturas como $k(T)=k_0(1 + BT)$. En donde $k_0=25 \text{ W/m K}$ y $B= 8.7 \times 10^{-4}$. La superficie exterior de la placa se mantiene a una temperatura de $T_1= 400 \text{ °C}$ en tanto que la exterior se mantiene a 600 °C . Si se supone una transferencia de calor unidimensional en estado transitorio

- A mano plantee las ecuaciones y resuelva para obtener una expresión para la variación de temperatura.
- Mediante el software genere el perfil y halle la razón de transferencia de calor asociado
- Analice los resultados.

Como se mencionó en los casos de estudios anteriores, seleccione la geometría, y luego digite los demás valores de entrada. Tenga presente que ahora la conductividad es variable, por lo tanto, se debe seleccionar la opción “k var”, dentro del panel, “Parameter”. Luego, diríjase hacia el panel “Boundary Conditions” y seleccione “Especified Temperature” para ambos lados de la geometría. Luego de clic en “Calculate”. Observe Figura 26

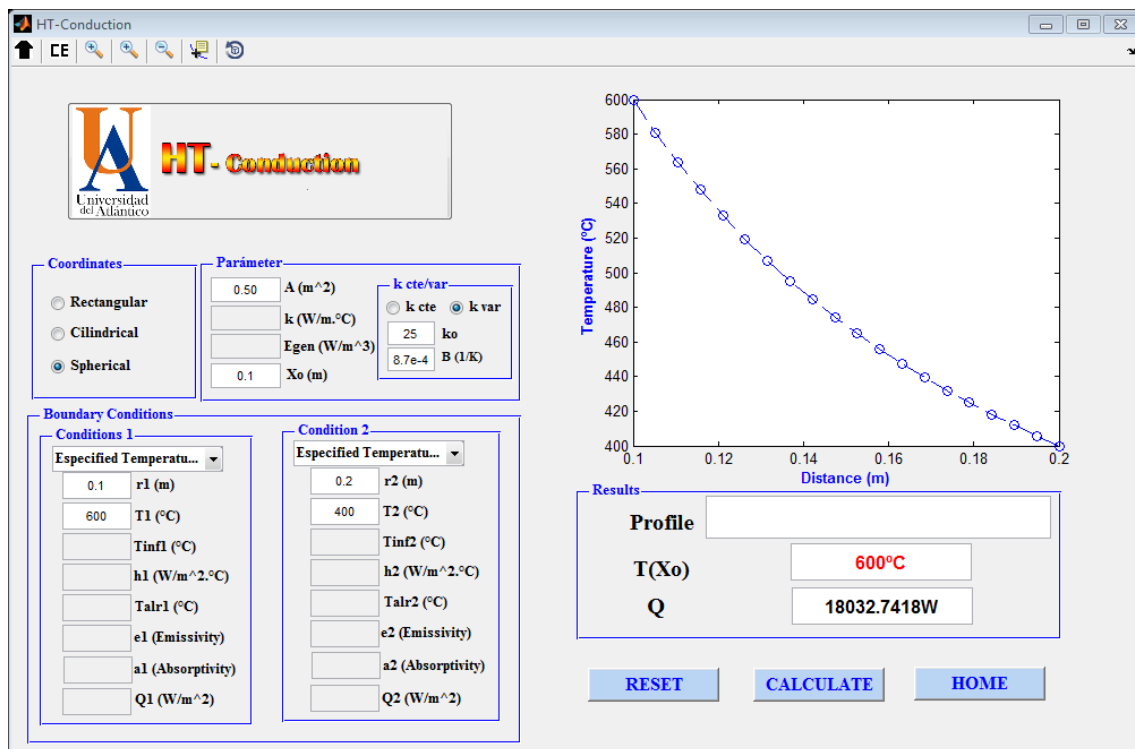


Figura 26. Perfil de temperatura para esfera con conductividad variable

La Figura 26 se observa el perfil obtenido para una esfera con conductividad térmica variable, la cual no es una línea recta a diferencia de la obtenida cuando la conductividad era constante. Observe que la casilla “Profile” está vacía, esto se debe a que el Software no haya una expresión para las condición establecida, si no que la solución ha sido previamente obtenida y programa. A diferencia de los casos de estudios anteriores en lo que el usuario puede combinar cualquier condición en las fronteras, con conductividad variable la cosa se limita y solo está disponible para temperatura especificadas, es decir, que para otra condición limite en cualquiera de los extremos no se obtendra un solución.

8. TRANSFERENCIA DE CALOR GEOMETRÍAS MULTICAPAS

En el análisis de transferencia de calor muy a menudo se tiene interés en la razón de transferencia de calor a través de un medio, en condiciones y temperatura superficiales estacionarias. Ese tipo de problemas se pueden resolver con facilidad sin la intervención de ecuaciones diferenciales, mediante la introducción de los conceptos de resistencias térmica. En este módulo, se estudia la transferencia de calor estacionaria de capas cilíndricas, esféricas y para una pared sujetos a convección en los lados interior como en el exterior. Considere a continuación el siguiente caso de estudio

En un tubo de acero inoxidable ($k=15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$), cuyos diámetros interior y exterior son de 5 Cm y 5.5 Cm, respectivamente, fluye vapor de agua a 320°C . El tubo está cubierto por aislamiento de lana de vidrio ($k=0.038 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) de 3 cm de espesor. El calor se pierde hacia los alrededores que está a 5°C por convección natural y radiación, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección natural y radiación de $15 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$. Si el coeficiente de transferencia de calor dentro del tubo es $80 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$, determine la razón de la pérdida de calor del vapor por unidad de longitud del tubo.

Para abrir la ventana, diríjase hacia la parte superior izquierda de la ventana “HT-Conduction”, y en la barra de herramientas de clic sobre el icono “CE”, el cual desplegará una ventana como la que se muestra en la Figura 27

The screenshot shows a software window titled "HT-Conduction" with a toolbar at the top. The main area is titled "Heat Conduction in multilayered Geometries". It contains four input sections and a result section:

- Input: Properties Material**
 - Thermal Conductivity: 15 0.038
 - Convective Coefficient: 80 15
 - Geometry: Cylinder (dropdown)
- Input: System Temperature (°C)**
 - Temperature: 320
 - Temperature 2: 5
- Input: Dimensiones Material**
 - Radius(m): 0.025 0.0275 0.0575
 - Length(m): 1
- Result**
 - Q (W): 93.9067

At the bottom, there are buttons for "Calculate", "Reset", "Exit", and a double arrow button "<<". On the right side, there is a 3D diagram of a cylinder with height 'h' and radius 'r'.

Figura 27. Ventana para el análisis de transferencia de calor en geometrías multicapas

La Figura 27, muestra 4 grupos, el primero de ellos “Input Propiedades Material” que contiene la casilla “Thermal Conductivity” (Conductividad térmica), “Convective Coefficient” (Coeficiente Convectivo), y “Geometry” (Geometría). Otros grupo denominado “Input: System Temperature °C” en cual contiene las temperaturas del

medio o del fluido. Un tercer grupo “Input: Dimensiones Material” que contiene las casillas “Radius”, (radio), “Length” (Longitud). Finalmente un último grupo que contiene la salida del software denominado “Result”, con la casilla “Q” la cual muestra la razón de transferencia calor. Esta herramienta ha sido diseñada para estudiar la transferencia de calor cilindros esferas y paredes de múltiples capas sujetos a convección en ambos extremos por lo que no hay restricción en cuanto al número de capas que pueda existir en el sólido. Para estos casos las variables de entrada se introducen como vectores haciendo coincidir con sus respectivos valores sin espacios ni comas ni corchetes. Otro punto importante a tener en cuenta es que si la geometría tiene dos capas de diferentes materiales se deben tener sus 2 valores de conductividad y 3 valores de radio de la geometría.

Introduzca los diferentes valores de conductividad así como los radios y temperatura del medio. Luego de clic en “Calculate” para que el software realice los cálculos. Observe la Figura 27. Puede variar los valores de conductividad térmica del material y ver el efecto que este ejerce sobre la razón de transferencia de calor. De manera análoga, puede variar el coeficiente de transferencia de calor en algunos de los extremos o el espesor de algunas de las capas y ver el efecto que esta tenga sobre la transferencia de calor total.